

TEORIJA GRAFOVA

Postoji mnogo logističkih problema u svakodnevnom životu. Na primjer: dostava pošte, skupljanje otpada, čišćenje snijega, čišćenje ulica, održavanje puteva, određivanje ruta školskih autobusa... Pri tome valja paziti na ekonomičnost – tražimo najjeftinije ili najbrže ili najkraće rješenje problema. Teorija grafova nam pomaže u rješavanju ovih i mnogih drugih logističkih problema. Opisane probleme modeliramo grafovima.

Graf se sastoji od skupa vrhova (ili čvorova) povezanih vezama zvanima bridovi ili linije. Grafovi se prikazuju crtanjem točaka za svaki vrh i povlačenjem luka između dvaju vrhova, ako su oni povezani bridom. Ako je graf usmjeren, smjer se navodi crtanjem strelice.

Ponekad bridovima pridružimo realan broj i tada se pripadni graf zove težinski graf.

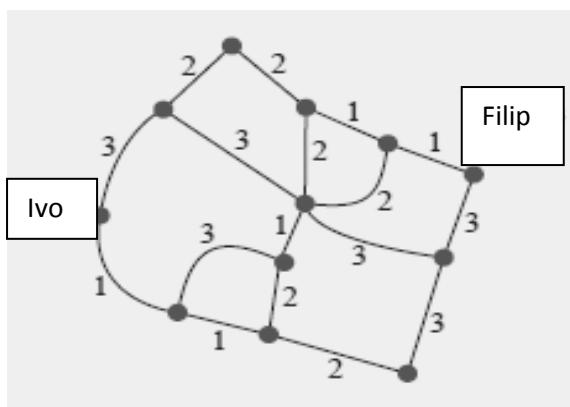
U slučaju kada graf predstavlja mrežu cesta, pridruženi broj je npr. duljina svakog puta.

Najkraći put

Problem kod kojeg tražimo najkraći put od jednog do drugog vrha u grafu. Ponekad se traži najbrži put, najjeftiniji, ...

PRIMJER 1.

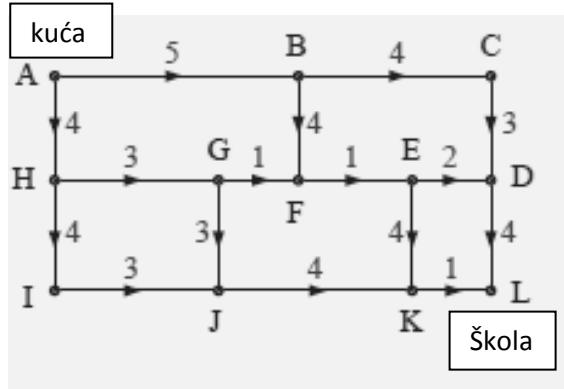
Ivo Filip su dobri frendovi koji se žele posjetiti. Na grafu je mreža ulica kojima su povezane njihove kuće i vrijeme(u min) potrebno za proći pojedinu ulicu. Na koliko različitih načina Ivo može doći do Filipa? Koji put je najbrži?



PRIMJER 2.

Marina ima nekoliko putova od kuće do škole. Sljedeći usmjereni grafovi prikazuju ne samo pravac kretanja, već i vrijeme u minutama potrebno za proći taj dio puta. Odredite koliko je različitih putova od A do L.

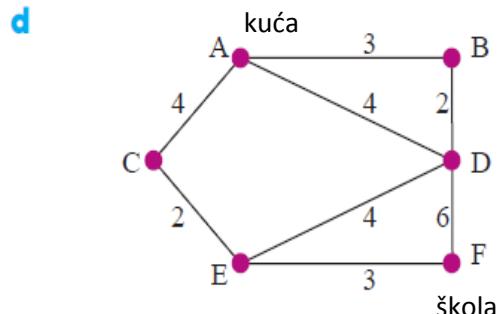
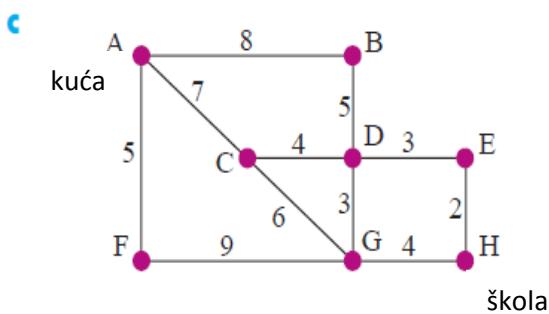
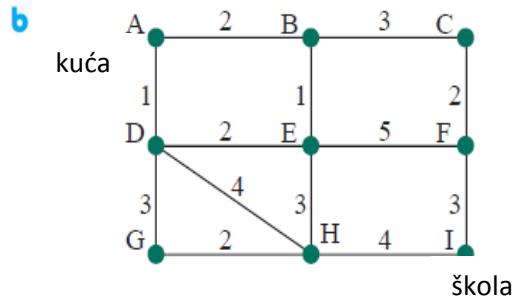
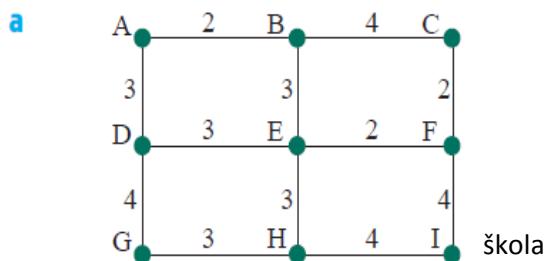
Odredite najmanje vrijeme potrebno za dolazak u školu.



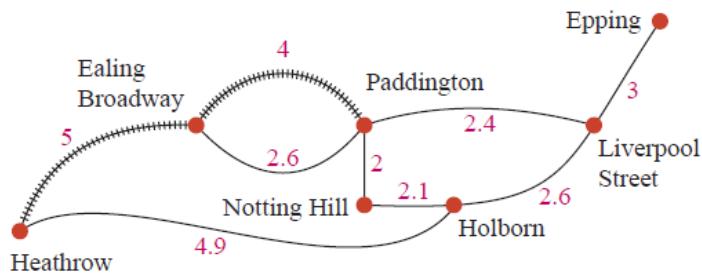
ZADACI

U sljedećim zadacima odredite najbrži put od kuće do škole i izračunajte ukupno vrijeme potrebno za taj put.

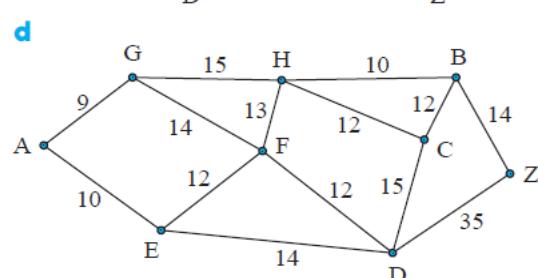
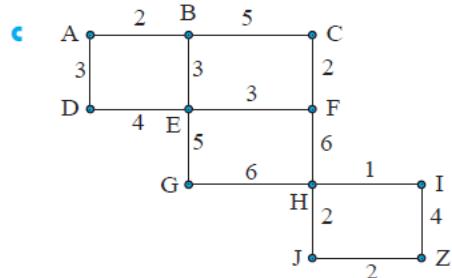
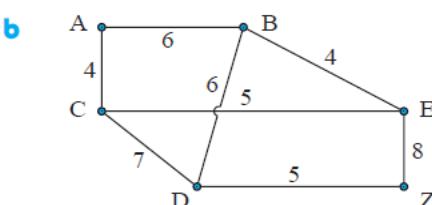
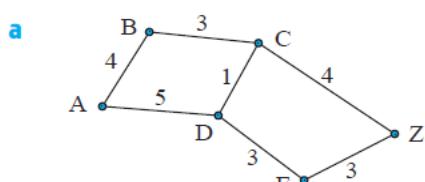
1.



2. Marino je upravo stigao u London. Pomozite mu odabratij najjeftiniji put do Eppinga. Cijene su u funtama.

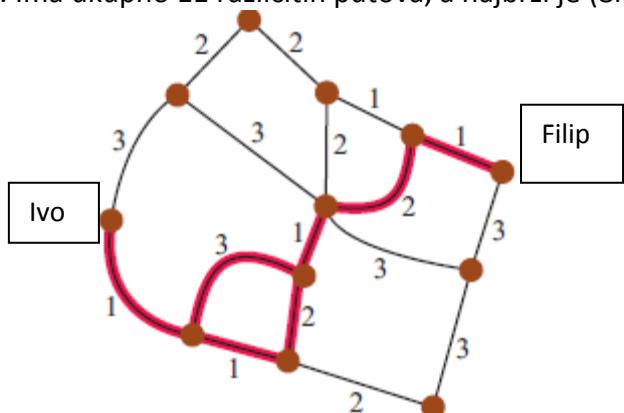


3. U sljedećim zadacima odredite najkraći put od A do Z:



Upute i rješenja.

Primjer 1. Ima ukupno 11 različitih putova, a najbrži je (8min) sljedeći put:



Primjer 2.

Najbrži put je A-H-G-F-E-K-L, a vreme je 14 min

Zadaci:

1. a) A – B – E – F – I , 11 min.
 - b) A – D – H – I , 9 min.
 - c) A – C – D – E – H , 16 min.
 - D) A – C – E – F , 9 min.
2. Heathrow – Holborn – Liverpool St. – Epping, £10.50.

Pri složenijim grafovima dobro je imati neku bolju metodu iznalaženja najkraćeg puta, a jedna je tzv:

Dijkstrin algoritam

Korak 1: Pridružite vrijednost 0 početnom vrhu. Uokviri vrh.

Korak 2: Uočite sve neuokvirene vrhove povezane s vrhom koji ste upravo uokvirili. Pridružite im njihovu vrijednost (udaljenost, odnosno zbroj težina svih bridova od početnog vrha do uokvirenog vrha.)

Korak 3: Izaberite vrh s najmanjom vrijednošću od svih neuokvirenih varijabli i uokvirite ga.

Korak 4. Ponavljajte korake 2 i 3 sve dok krajnji vrh ne bude uokviren.

Korak 5. Vrati se unazad kroz uokvirene vrhove kako bi odredio najkraći put kroz graf.

3. a) A – D – C – Z , 10 mj. jedinica.
- b) A – C – D – Z , 16 mj. jedinica.
- c) A – B – E – F – H – J – Z , 18 min.
- d) A – G – H – B – Z , 48 min.